# Умножение и деление степеней

Работая с математическими задачами, нередко приходится сталкиваться со степенями, которые нужно уметь умножать и делить – сейчас расскажем как.

## Зачем уметь умножать и делить степени?

Умение умножать степени важно в математике, т.к. оно помогает быстро вычислять произведения и деления многих чисел со степенями, что может быть полезно в решении различных задач, таких как вычисление площади, объема или поверхности фигур, вычисление значений функций и т.д.

Умножение и деление степеней может использоваться в различных областях математики и науки, таких как:

* **Алгебра:** для умножения и деления многочленов, вычисления различных формул и выражений.
* **Геометрия:** для вычисления площади, объема или поверхности фигур, расчета расстояний и углов.
* **Физика:** для вычисления силы, энергии, давления и т.д.
* Информатика: для вычисления сложности алгоритмов, мощности вычислительных систем и т.д.
* **Другие науки:** в экономике, биологии, медицине и других областях умножение и деление степеней используется для вычисления различных показателей и метрик.

Кроме того, если вы любите поддерживать в тонусе свой мозг, вам тоже очень пригодится умение работать со степенями, потому что оно позволит решать намного больше интересных примеров и задач. Естественно, это навык крайне важен в школе и институте, ведь от него в большой степени зависит успеваемость учащегося.

Умение умножать и делить степени пригодится школьнику и студенту, а также любому человеку, чья деятельность связана с вычислениями. А прежде, чем учиться умножать и делить степени, важно усвоить несколько базовых основ.

## Что такое степенные выражения?

Первое определение степени гласит, что степень n для числа a – это произведение множителей, равных величине a, взятой n раз.

Возьмем, например, an. Здесь a является основанием степени, а n определяет показатель этой степени.

Исходя из этого, можно получить формулу:

an = a × a × a … × a

А сама запись так и читается: a в степени n.

Можно сказать проще: степень (конкретно ее показатель) указывает на то, сколько раз нужно умножить основание степени само на себя.

Есть также и второе определение степени, согласно которому, степенное выражение – это выражение, в составе которого имеется степень.

В принципе, все просто, но перед освоением действий со степенными выражениями важно запомнить свойства степеней.

## Свойства степеней

Если вы хотите грамотно и правильно работать со степенями, нужно раз и навсегда запомнить пять их свойств:

1. **Произведение степеней.** В случае, когда у степеней, которые нужно умножить, имеются одинаковые основания, основание остается неизменным, а показатели степеней суммируются. К примеру, an × am = an + m. Основанием степени тут является a, а n и m являются показателями степени в виде натуральных чисел.
2. **Частное степеней.** Если делятся степени, имеющие одинаковые основания, основание остается неизменным, а показатель степени делимого уменьшается на показатель степени делителя. К примеру, am/an = am - n. Основанием степени тут является a, а m и n являются показателями степени в виде натуральных чисел, и при этом m > n.
3. **Возведение степени в степень.** Если степень возводится в степень, основание остается неизменным, а показатели перемножаются. К примеру, (an)m = anm. Основанием степени тут является a, а n и m являются показателями степени в виде натуральных чисел.
4. **Степень произведения.** Если требуется возвести в степень произведение, все [множители](https://timestable.ru/factor/) возводятся в эту степень. Полученные результаты перемножаются. К примеру, (a × b)n = an х bn. Основаниями степени тут являются a и b, а n является показателем степени в виде натурального числа.
5. **Степень частного.** Если требуется возвести в степень частное, в эту степень нужно по отдельности возвести делимое и делитель. Первый полученный результат делится на второй. К примеру, (a/b)n = an/bn. Основаниями степени тут являются a и b, а n является показателем степени в виде натурального числа.

Запомнив эти правила, можно переходить к действиям со степенями.

## Умножение степеней

Первое правило умножения степеней гласит, что при умножении степеней с разными основаниями, но одинаковыми показателями нужно умножить между собой их основания, а показатель остается неизменным.

Формула:

an × bn = (a × b)n

Пример:

a3 × b3 = (a × a × a)(b × b × b) = (a × b)3 = (ab)(ab)(ab) = (ab)3

35 × 44 = (3 × 4)5 = 125 = 248832

16a2 = 42 × a2 = (4a)2

Второе правило умножения степеней гласит, что при поиске произведения степеней, обладающих одинаковыми основаниями, складываются показатели степеней.

Формула:

an × am = an + m

Пример:

35 × 33 = 35 + 3 = 38 = 6561

28 × 81 = 28 × 23 = 211 = 2048

Если числа отличаются и по основаниям, и по степеням, и какое-либо одно основание не получается преобразовать в число со степенью, как у второго числа, нужно по отдельности возвести в степень каждое число, а затем сложить два результата. Например: 34 х 43 = 81 + 64 = 145.

## Деление степеней

Первое правило деления степеней гласит, что при делении степеней с одинаковыми основаниями, но разными показателями нужно найти разность их показателей, а основание остается неизменным.

Формула:

am/an = an– m (не забывайте, что n > m)

Пример:

(113 х 44)/(11 х 43) = 113 – 1 х 44 – 2 = 112 х 42 = (11 х 4)2 = 1936

2a4/2a3 = 2a4 – 3 = 2a

Второе правило деления степеней гласит, что при делении степеней с разными основаниями, но одинаковыми показателями нужно возвести результат частного имеющихся чисел в эту степень.

Формула:

an/bn = (a/b)n

Пример:

512/312 = (5/3)12

Если числа отличаются и по основаниям, и по степеням, нужно возвести в степень каждое число, а после этого разделить результаты. Например: 33/52 = 27/25 = 1,08.

Чтобы было проще усвоить умножение и деление степеней, вы также можете запомнить несколько важных теорем, касающихся все рассмотренных нами операций.

## Основные теоремы

Всего есть пять теорем, которые требуют внимания:

* **Теорема 1.** Для любого числа a и натуральных чисел n и m будет справедливым равенство an × am = an + m. Умножая степени с одинаковыми основаниями, вы складываете показатели, а основание оставляете без изменений.
* **Теорема 2.** Для любого числа a и любых натуральных чисел n и m (при этом n > m) будет справедливым равенство an/am = an – m. Деля степени с одинаковыми основаниями, вы отнимаете показатели, а основание оставляете без изменений.
* **Теорема 3.** Для любого числа a и натуральных чисел n и m будет справедливым равенство (an)m = anm.

Имейте в виду, что эти три теоремы относятся к степеням с одинаковыми основаниями, а далее мы рассмотрим теоремы для степеней с одинаковыми показателями.

* **Теорема 4.** Для любых чисел a и b и любого натурального числа n будет справедливым равенство an × bn = (ab)n. Перемножая степени с одинаковыми показателями, просто перемножьте их основания, а показатель оставьте без изменений.
* **Теорема 5.** Для любых чисел a и b (при условии, что b ≠ 0) и любого натурального числа n будет справедливым равенство an/bn = (a/b)n. Деля друг на друга степени с одинаковыми показателями, просто разделите одно основание на другое, а показатель оставьте без изменений.

Несложно увидеть, что расчеты со степенями не вызывают особых трудностей. Чтобы научиться умножать и делить степени, нужно лишь немного попрактиковаться и [наработать навык](https://timestable.ru/study/). После этого подобные примеры и задания вы сможете щелкать, как орешки.

## Вопросы и ответы

А также предлагаем вашему внимание ответы на часто задаваемые вопросы по умножению и делению степеней.

### Что происходит при умножении степеней с одинаковыми основаниями?

При умножении степеней с одинаковыми основаниями степени суммируются.

### Что происходит при делении степеней с одинаковыми основаниями?

При делении степеней с одинаковыми основаниями из показателя степени делимого вычитают показатель степени делителя.

### Можно ли упростить выражение an × am до одной степени?

Да, выражение an × am можно упростить до одной степени так: am + n.

### Чем отличается умножение степеней с одинаковыми основаниями от умножения степеней с разными основаниями?

Умножение степеней с одинаковыми основаниями приводит к сложению показателей, в то время как умножение степеней с разными основаниями не дает степень.

### Можно ли умножать разные степени с разными основаниями?

Да, можно умножать разные степени с разными основаниями. В этом случае основания нужно по отдельности возвести в степень, а затем сложить результаты.